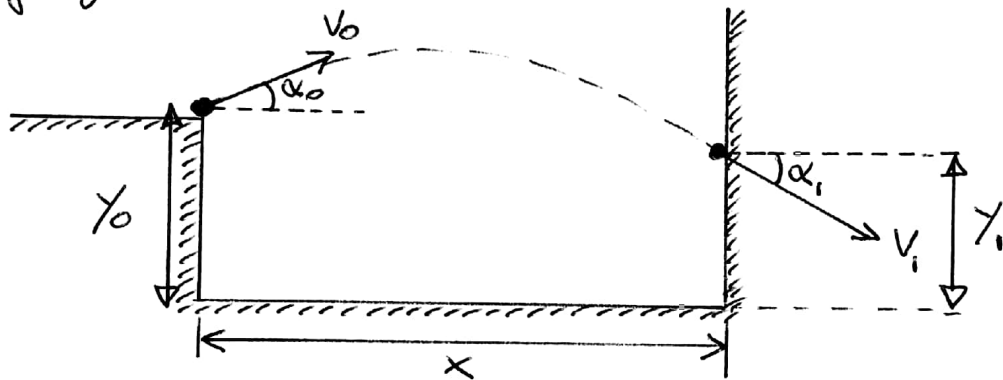


Nedanstående är ett exempel på en godkänd redovisning av lösningen till uppgift 1

1/ Uppgiften handlar om kaströrelse.

En liten boll har begynnelsehastigheten $v_0 = 7,0 \text{ m/s}$ med elevationsvinkel $\alpha_0 = 30^\circ$. Starthöjden är $y_0 = 1,5 \text{ m}$ och när bollen färdats den horisontella sträckan $x = 3,5 \text{ m}$ så slår den i en vägg.

Jag ritat en figur som visar hur kastet ser ut (ungefär):



Jag låter t beteckna tiden som hela rörelsen tar.

a) Här ska jag beräkna värdet på y_1 i figuren ovan.

Känt: $y_0 = 1,5 \text{ m}$; $v_0 = 7,0 \text{ m/s}$; $\alpha_0 = 30^\circ$; $x = 3,5 \text{ m}$

Sökt: $y_1 = ?$

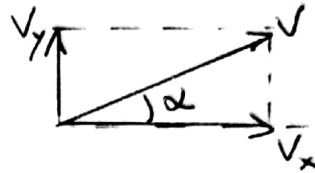
Hjälpvariabel: $t = \text{tiden som rörelsen tar}$

→ Jag använder mig av formlerna för kaströrelse:

$$\begin{cases} v_x = v_{0x} = \text{konstant} & (1) \\ x(t) = v_{0x} t & (2) \end{cases} ; \begin{cases} v_y(t) = v_{0y} - g t & (3) \\ y(t) = y_0 + v_{0y} t - \frac{1}{2} g t^2 & (4) \end{cases}$$

I formlerna ovan är

$$\begin{cases} v_x = v \cdot \cos \alpha \\ v_y = v \cdot \sin \alpha \end{cases}$$



komponenterna av hastigheten v i horisontell (v_x) respektive vertikal (v_y) riktning.

Jag måste först bestämma rörelsens tid t . Det kan jag göra med ekv. (2) på följande sätt:

$$\begin{aligned} x &= v_{0x} t \Rightarrow \underline{t = \frac{x}{v_{0x}}} = \frac{x}{v_0 \cos \alpha_0} = \frac{3,5 \text{ m}}{\frac{7,0 \text{ m/s}}{2} \cdot \cos 30^\circ} = \\ &= \frac{1}{2 \cdot \sqrt{3}/2} \text{ s} = \underline{\underline{\frac{1}{\sqrt{3}} \text{ s}}} \end{aligned}$$

Jag kan sedan få bollens höjd y_1 vid tidpunkten $t = \frac{1}{\sqrt{3}} \text{ s}$ genom att använda ekv. (4):

$$\begin{aligned} \underline{y_1} &= y(t = \frac{1}{\sqrt{3}} \text{ s}) = y_0 + v_{0y} t - \frac{1}{2} g t^2 = \\ &= y_0 + v_0 \sin \alpha_0 t - \frac{1}{2} g t^2 = \\ &= 1,5 \text{ m} + 7,0 \text{ m/s} \cdot \sin 30^\circ \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} \text{ s} - \frac{1}{2} \cdot 9,82 \text{ m/s}^2 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{3}} \text{ s}\right)^2 = \\ &= \left(1,5 + 7,0 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{1}{2} \cdot 9,82 \cdot \frac{1}{3}\right) \text{ m} = \\ &= 1,884059... \text{ m} \approx \underline{\underline{1,9 \text{ m}}} \end{aligned}$$

→ Jag avrundar svaret till två värdesiffrors noggrannhet eftersom alla värden i uppgiften är givna med två värdesiffror.

Svar: 1,9 m över marken

b). Här ska jag beräkna värdet på v_x och på a_x i figuren ovan.

För att göra det bestämmer jag värdet på v_x 's komponenter v_{ix} och v_{iy} vid tiden $t = \frac{1}{\sqrt{3}} s$.

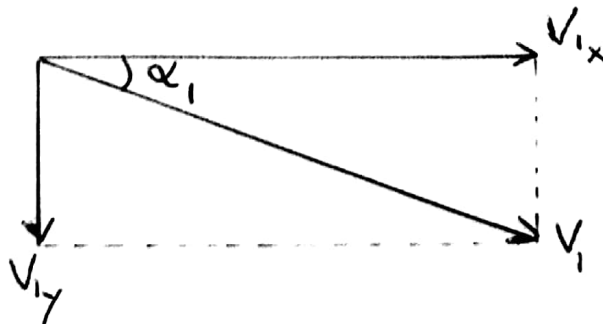
Ekv. (1) ger att:

$$\begin{aligned}\underline{v_{ix}} &= v_{ox} = v_o \cos \alpha_o = 7,0 \text{ m/s} \cdot \cos 30^\circ = 7,0 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ m/s} = \\ &= \underline{6,062177... \text{ m/s}}\end{aligned}$$

Ekv. (2) ger att:

$$\begin{aligned}\underline{v_{iy}} &= v_y(t = \frac{1}{\sqrt{3}} s) = v_{oy} - gt = v_o \sin \alpha_o - gt = \\ &= 7,0 \text{ m/s} \cdot \sin 30^\circ - 9,82 \text{ m/s}^2 \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} s = \\ &= (7,0 \cdot \frac{1}{2} - 9,82 \cdot \frac{1}{\sqrt{3}}) \text{ m/s} = \underline{-2,16757... \text{ m/s}}\end{aligned}$$

Att $v_{iy} < 0$ innebär att bollen är på väg nedåt vid denna tidpunkt:



→ Nu kan jag bestämma farten v , med Pythagoras sats:

$$\underline{v} = \sqrt{v_{ix}^2 + v_{iy}^2} = \sqrt{6,062177...^2 + (-2,16957...)^2} = 6,4387... \text{ m/s} \approx \underline{6,4 \text{ m/s}}$$

Lutningsvinkeln α , från horisontalplanet kan jag bestämma med trigonometri:

$$\tan \alpha = \frac{v_{iy}}{v_{ix}} \Rightarrow \underline{\alpha} = \tan^{-1}\left(\frac{v_{iy}}{v_{ix}}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{-2,16957...}{6,062177...}\right) = -19,6915...^\circ \approx \underline{-20^\circ}$$

Vinkeln $\alpha < 0$ p.g.a. att v pekar snett nedåt.

SVAR: Bollen träffar väggen med hastigheten 6,4 m/s riktat snett nedåt, 20° under horisontalplanet.

